

Situation d'apprentissage 1 : Des experts en dépollution

Voici un exemple de production possible :

- Déterminer le type de bactérie à utiliser.

Puisqu'il s'agit d'une contamination aux phosphates, le type de bactérie à utiliser se nomme *Acinetobacter*.

- Calculer la quantité de bactéries nécessaire à la décontamination.

Quantité de sols à décontaminer (en dm^3) : $5\ 000\ 000 \text{ dm}^3$ ou $5 \times 10^6 \text{ dm}^3$.

Quantité totale de bactéries nécessaire à la décontamination du site :

$$2,5 \times 10^4 \times 5 \times 10^6 = 1,25 \times 10^{11} \text{ bactéries.}$$

- Calculer le temps requis pour produire suffisamment de bactéries.

Diamètre moyen de la bactérie : $\frac{0,9 + 1,6}{2} = 1,25 \mu\text{m}$ ou $1,25 \times 10^{-3} \text{ mm}$.

Surface occupée par une bactérie : $\pi \times (6,25 \times 10^{-4})^2 \approx 1,23 \times 10^{-6} \text{ mm}^2$

Diamètre moyen de la colonie à la fin de l'incubation :

$$\frac{2 + 4}{2} = 3 \text{ mm}$$

Surface occupée par une colonie à la fin de l'incubation : $\pi \times 1,5^2 \approx 7,07 \text{ mm}^2$

Nombre de bactéries contenues dans une colonie :

$$7,07 \div (1,23 \times 10^{-6}) \approx 5\ 747\ 967 \text{ bactéries.}$$

Quantité de bactéries produites en 2 jours :

$$5\ 747\ 967 \times 100 \approx 574\ 796\ 700 \text{ bactéries}$$

ou $\approx 5,75 \times 10^8 \text{ bactéries.}$

Nombre minimal de jours pour produire l'ensemble des bactéries nécessaires à la décontamination du site : $2 \times 1,25 \times 10^{11} \div (5,75 \times 10^8) \approx 434,03 \text{ jours.}$

- Conclusion.

La bactérie employée pour la décontamination du site est du type *Acinetobacter*. La quantité totale de bactéries à produire pour la décontamination du site est de $1,25 \times 10^{11}$ bactéries. Le nombre minimal de jours requis pour produire l'ensemble des bactéries est environ de 434 jours.

Situation d'apprentissage 2 : Le lait et les micro-organismes

Voici un exemple de production possible :

- Calculer le volume de chaque réservoir.

Réservoir A : $2 \times 3 \times (x + 3) = 6(x + 3)$

Réservoir B : $1,5 \times 2 \times (x + 8) = 3(x + 8)$

Puisque les volumes des deux réservoirs sont les mêmes :

$$6(x + 3) = 3(x + 8)$$

$$6x + 18 = 3x + 24$$

$$3x + 18 = 24$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Réservoir A : $6(x + 3) = 6(2 + 3) = 30 \text{ m}^3$ ou 30 kL .

Réservoir B : $3(x + 8) = 3(2 + 8) = 30 \text{ m}^3$ ou 30 kL .

- Déterminer le nombre de bactéries par millilitre dans chaque réservoir.

Quantité de bactéries (par mL) dans le réservoir A :

$$2,4 \times 10^{10} \div (3 \times 10^7) = 800 \text{ bactéries/mL.}$$

Quantité de bactéries (par mL) dans le réservoir B :

$$3,6 \times 10^{11} \div (3 \times 10^7) = 12\ 000 \text{ bactéries/mL.}$$

- Déterminer le nombre de bactéries (par mL) en fonction du temps et prévoir à quel moment le lait devrait être jeté.

Nombre de bactéries par mL		
Temps écoulé depuis le bris (h)	Réservoir A	Réservoir B
0	800	12 000
1	1 600	17 307
2	3 200	24 961
3	6 400	36 000
4	12 800	51 921
5	25 600	74 883
6	51 200	108 000
7	102 400	155 763
8	204 800	224 649

Temps écoulé depuis le bris (h)	Nombre de bactéries par mL	Nombre de bactéries par mL
Temps écoulé depuis le bris (h)	Réservoir A	Réservoir B
7	102 400	108 000
7,1	109 749	112 028
7,2	117 626	116 206
7,3	126 069	120 541
7,4	135 117	125 037
7,5	144 815	129 701
7,6	155 209	134 538
7,7	166 349	139 557
7,8	178 288	144 762
7,9	191 085	150 162

Temps écoulé depuis le bris (h)	Nombre de bactéries par mL
Temps écoulé depuis le bris (h)	Réservoir A
7,56	150 965

4. Conclusion.

Si la durée de la panne est supérieure à environ 6,9 h ou 6 h 54 min, le contenu du réservoir B devra être jeté. Le lait contenu dans le réservoir A sera encore propre à la consommation.

Si la durée de la panne est supérieure à environ 7,56 h ou environ 7 h 34 min, le contenu des deux réservoirs devra être jeté.

SECTION

6.1

Tout en puissance

Activité 1

Page 76

Plusieurs réponses possibles. Exemple : Si les deux ordinateurs se vendent à un prix comparable, le premier constitue un meilleur choix, comme en fait foi le tableau qui suit. Dans ce tableau, les éléments en caractères gras correspondent au meilleur des deux ordinateurs.

Élément	Propriété	
	Premier ordinateur	Deuxième ordinateur
Processeur	4 GHz ou 4000 MHz	3 GHz ou 3000 MHz
Mémoire vive	3 Go ou 3 milliards d'octets	3,5 Go ou 3,5 milliards d'octets
Mémoire cache	512 Ko ou 512 000 octets	256 Ko ou 256 000 octets
Disque dur	320 Go ou 320 000 000 d'octets	400 Go ou 400 000 000 d'octets
Modem	56 Kbps ou 0,056 Mb/s	54 Kbps ou 0,054 Mb/s
Écran	1600 × 1200 pixels	1600 × 1200 pixels
Temps de réponse	5 ms	8 ms

Activité 2

Page 77

a. 1) i) 3^{10} ii) $(-2)^{10}$ iii) a^{16} iv) a^{m+n}

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Même si on développe l'expression $3^2 \times 4^5$ afin d'obtenir $3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$, on ne peut pas simplifier autrement qu'en obtenant l'expression de départ, soit $3^2 \times 4^5$.

3) Le produit de deux puissances de même base donne une troisième puissance, de la même base, dont l'exposant correspond à la somme des exposants des deux premières puissances.

b. 1) i) 9^5 ii) $(-4)^3$ iii) a^7 iv) a^{m-n}

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Même si on développe l'expression $5^7 \div 2^3$ afin d'obtenir $(5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5) \div (2 \times 2 \times 2)$, on ne peut simplifier autrement qu'en obtenant l'expression de départ, soit $5^7 \div 2^3$.

3) Le quotient de deux puissances de même base donne une troisième puissance, de la même base, dont l'exposant correspond à la différence entre les exposants des deux premières puissances.

Activité 2 (suite)

Page 78

c. 1) i) $3^8 \times 7^8$ ii) $(-2)^6 \times 11^6$ iii) $a^7 b^7$ iv) $a^m b^m$

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

Le développement de $(2 + 7)^5$ donne $(2 + 7) \times (2 + 7) \times (2 + 7) \times (2 + 7) \times (2 + 7)$, ce qui n'équivaut pas à $2^5 + 7^5$.

3) La puissance d'un produit correspond au produit des puissances. Chaque facteur du produit est affecté de l'exposant affectant le produit.

d. 1) i) 6^{24} ii) $(-9)^{12}$ iii) a^{70} iv) a^{mn}

2) La puissance d'une puissance correspond à une autre puissance de la même base, affectée d'un exposant correspondant au produit des exposants.

e. 1) i) $\frac{4^4}{7^4}$ ii) $\frac{(-11)^7}{3^7}$ iii) $\frac{a^{12}}{b^{12}}$ iv) $\frac{a^m}{b^m}$

2) La puissance d'un quotient correspond au quotient des puissances. Le dividende et le diviseur sont affectés de l'exposant affectant le quotient.

Activité 3

Page 79

a. La quantité d'eau diminue de moitié chaque heure.

b. 1) Quantité d'eau dans le marais (kL)

Notation décimale	Notation fractionnaire	Puissance de 2	
16	16	2^4	↓ ÷ 2
8	8	2^3	↓ ÷ 2
4	4	2^2	↓ ÷ 2
2	2	2^1	↓ ÷ 2
1	1	2^0	↓ ÷ 2
0,5	$\frac{1}{2}$	2^{-1}	↓ ÷ 2
0,25	$\frac{1}{4}$	2^{-2}	↓ ÷ 2
0,125	$\frac{1}{8}$	2^{-3}	↓ ÷ 2

2) $11 \text{ h } 30 : 2^{\frac{1}{2}} = 18 \text{ h} : 2^6$

Activité 3 (suite)

Page 80

c. 1) Affecter une base positive de l'exposant $\frac{1}{2}$ revient à effectuer une racine carrée.

2) Affecter une base de l'exposant $\frac{1}{3}$ revient à effectuer une racine cubique.

d. 1) La puissance d'une base affectée d'un exposant entier négatif correspond à l'inverse multiplicatif de la puissance de cette base si elle était affectée d'un exposant positif.

2) i) Cette conjecture s'applique lorsque la base est négative.

ii) Cette conjecture s'applique lorsque la base est fractionnaire.

Puissances positives de 10	
10^0	1
10^1	10
10^2	100
10^3	1000
10^4	10 000
10^5	100 000
10^6	1 000 000

Puissances négatives de 10	
10^0	1
10^{-1}	0,1
10^{-2}	0,01
10^{-3}	0,001
10^{-4}	0,0001
10^{-5}	0,000 01
10^{-6}	0,000 001

- 2) Pour des puissances positives de 10, l'exposant correspond au nombre de zéros que comporte le résultat.
- 3) Pour des puissances négatives de 10, l'équivalent positif de l'exposant correspond au nombre de chiffres que comporte la partie décimale.
- 4) i) 10^n comporte n zéros.
ii) La partie décimale de 10^{-n} comporte n chiffres.

b.

Description comportant une mesure exprimée en notation décimale	Mesure exprimée en notation scientifique
1) En 2005, la production mondiale de nanotubes a été d'environ 300 000 000 000 000 000 000 000 kg	3×10^{26} kg
2) Le diamètre d'un nanotube de carbone est d'environ 0,000 000 005 m.	5×10^{-9} m
3) En 2005, une tonne de nanotubes se vendait environ 695 000 000 \$.	$6,95 \times 10^8$ \$
4) Un nanotube multifeuillet est constitué de parois espacées de 0,000 000 34 mm.	$3,4 \times 10^{-7}$ mm

1. a) 10^3 b) 10^0 c) 10^{-3}
d) 10^8 e) 10^{-1} f) 10^{-8}
2. a) 36 000 b) -0,0076
c) 2 567 000 d) 0,000 000 137 96
e) -882 000 000 000 f) 0,000 000 000 000 5
3. a) 6×10^3 b) 5×10^{-4} c) $-3,4 \times 10^{-5}$
d) $1,246 \times 10^{15}$ e) $\approx -7,50 \times 10^5$ f) $1,27 \times 10^4$
4. a) 3^{10} b) 4^4 c) 2^2
d) 8^1 e) 2^3 f) 12^5
5. 1 et C. 2 et E. 3 et D.
4 et A. 5 et B.
6. a) $3,273 \times 10^7$ personnes. b) $1,7 \times 10^{21}$ molécules.
c) 1×10^{-10} m d) $1,6 \times 10^{-19}$ coulomb.
e) $-1,958 \times 10^2$ °C

7. a) 8 b) 27 c) 5 d) -6
8. a) 2^{11} b) $\frac{1}{5}$ c) 7^{11}
d) -1 e) 11 f) $\frac{1}{2^4}$
9. a) Plusieurs réponses possibles. Exemple :
$$(2^3)^4 = (2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3)$$
$$= 2^{3+3+3+3}$$
$$= 2^{12}$$
- b) Plusieurs réponses possibles. Exemple :
$$(-3)^2 = (-3 \times -3) = 9,$$
 tandis que $-(3 \times 3) = -9.$

- c) Plusieurs réponses possibles. Exemple :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= \frac{2^4}{3^4}$$

- d) Plusieurs réponses possibles. Exemple :

$$3 \times 2^{-2} = 3 \times \frac{1}{2^2}$$

$$= \frac{3}{2^2}$$

10. a) < b) > c) =
d) > e) > f) >

11. a) Nombre pair. b) Nombre pair.
c) Nombre pair. d) Nombre pair.

12. a) 2 790 000 000 000
b) 50 000 368
c) 41 000 000 000 000 520

13. a) Plusieurs réponses possibles, selon le modèle de calculatrice utilisé. Toutefois, les réponses suivantes devraient toutes figurer parmi les réponses données par les élèves.

- 1) Sert à extraire la racine carrée ou la racine x^e d'un nombre.
- 2) Sert à extraire la racine cubique ou la racine x^e d'un nombre.
- 3) Sert à éléver un nombre au carré.
- 4) Sert à calculer la x^e puissance de 10.
- 5) Sert à calculer la x^e puissance de y (dans le cas d'une calculatrice avec la touche y^x).
- b) Les deux touches effectuent des opérations réciproques.
- c) 1) 10^7 ou 10 000 000.
2) 9 3) 100 000 000

14. a) Aire du carré = 5^8 m²
b) Hauteur du triangle = 2^{10} mm
c) Hauteur du trapèze = 2^8 cm
d) Aire du losange = 2^{29} µm²

15. a) 560×10^3 b) 270×10^{-6}
 c) $52,2 \times 10^3$ d) 450×10^{-9}
 e) $3,434 \times 10^3$ Gm f) 560×10^{-3} μm (ou 560 nm).

16. a) 5×10^2 b) 2 c) 1 d) 3

17. La masse de Véga correspond à environ 2,61 fois celle du Soleil.

18. $7^n \times 7^n = 7^{16}$
 $7^{n+n} = 7^{16}$
 $7^{2n} = 7^{16}$
 $2n = 16$
 $n = 8$

19. Plusieurs réponses possibles. Exemple : $m = 4$ et $n = 7$.

$$\begin{aligned} \frac{a^m}{a^n} &= a^3 \\ a^{m-n} &= a^3 \\ m-n &= -3 \\ m &= n-3 \end{aligned}$$

Mise au point (suite)

Page 87

20. a) Plusieurs réponses possibles. Exemple : Le symbole **E** remplace « $\times 10$ » dans la notation scientifique. Ainsi, « 4,5 E 3 » signifie $4,5 \times 10^3$.

b) 1) 4×10^{-13} 2) $7,68 \times 10^{55}$

21. Environ $4,16 \times 10^7$ battements par année.

22. Ces tortues peuvent atteindre jusqu'à 150 ans.

23. 1×10^{24} atomes sont contenus dans 47 g de silicium.

24. a) 0,000 05 % b) 0,0007 %
 c) 0,0365 % d) 0,1825 %

Mise au point (suite)

Page 88

25. a) $\approx 9,47 \times 10^{15}$ m

b) Environ 504 896,87 années-lumière.

26. a) Environ $3,84 \times 10^{13}$ m. b) Environ 36,01 jours.

27. a) 1×10^4 b) 4×10^6
 c) $3,2 \times 10^{18}$ d) 4×10^8

28. Environ $2,13 \times 10^2$ km/h.

29. $1,3824 \times 10^{40}$ μm^3

30. $2^{\frac{3}{8}}$

Mise au point (suite)

Page 89

31. $\approx 1,45 \times 10^{17}$ s

32. 9 833 869 918 années.

33. $\approx 9,97 \times 10^{40}$ molécules.

SECTION

6.2

Des chiffres et des lettres

Activité 1

Page 90

Plusieurs réponses possibles. Exemple :

Cette section est de forme rectangulaire. Donc, pour calculer son aire, il faut utiliser la formule $A = b \times h$.

1. Déterminer la mesure de la base du rectangle.

Chaque arbuste mesure 1 m de largeur. Dans le jardin **C**, il y a 27 arbustes, donc la mesure de cette partie de la base est de 27 m.

L'allée **B** mesure 3 m de largeur.

Le jardin **D** est carré. x représente la mesure d'un côté, qui est inconnue.

Ainsi, la base du rectangle mesure $x + 3 + 27 = (x + 30)$ m.

2. Déterminer la mesure de la hauteur du rectangle.

Le diamètre de la fontaine du jardin **B** est de 7 m et la fontaine est tangente aux deux côtés opposés du jardin **B**.

La mesure de cette partie de la hauteur est donc de 7 m. L'allée **A** mesure 3 m de largeur.

Le jardin **D** est carré. x représente la mesure d'un côté, qui est inconnue.

Ainsi, la hauteur du rectangle est de $x + 3 + 7 = (x + 10)$ m.

3. Calculer l'aire du rectangle.

Puisque l'aire du rectangle se calcule en effectuant $A = b \times h$, l'aire de la section du jardin est $A = (x + 30)(x + 10)$.

Activité 2

Page 91

a) 1) L'aire de chaque carré vert correspond à x^2 . L'aire totale de tous ces carrés correspond à $8x^2$.

2) L'aire de chaque rectangle brun correspond à x , l'aire totale de tous ces rectangles correspond à $12x$.

3) L'aire du grand rectangle correspond à $4x(2x + 3)$ ou $8x^2 + 12x$.

b) $8x^2 + 12x$

Activité 2 (suite)

Page 92

c) 1) L'aire de chaque carré vert correspond à x^2 , l'aire totale de tous ces carrés correspond à $8x^2$.

2) L'aire de chaque rectangle brun correspond à x , l'aire totale de tous ces rectangles correspond à $24x$.

3) L'aire de chaque carré rouge correspond à 1, l'aire totale de tous ces carrés correspond à 10.

4) L'aire du grand rectangle correspond à $(4x + 2)(2x + 5)$ ou $8x^2 + 24x + 10$.

Activité 2 (suite)

Page 93

Mise au point (*suite*)

Page 96

Mise au point (*suite*)

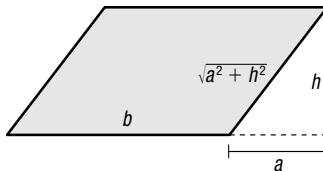
Page 97

7. a) $3x$ b) $3x^8$ c) $4x^3 + 6$
d) $2x + 1$ e) $3x$ f) $x + 3$

8. a) $3a^2b + 3a^3b$ b) $-2t^4 + 8t$
c) $-15p^2q + 3pq^2$ d) $12r^2 + 7r - 12$
e) $6s^3 + 12s^2 - s - 2$ f) $x^2 - 2xy + y^2$

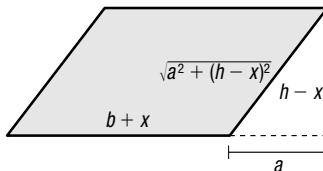
9. a) $125a^3b^2$ b) $5b^3 + b$ c) $-12a^5b^8$
d) $-5a^3$ e) $\frac{2b^3}{a}$ f) $-4a^7b$

10. a) Oui. Selon le schéma ci-dessous :



le périmètre du parallélogramme est $2b + 2\sqrt{a^2 + h^2}$.

En ajoutant x à la base et en soustrayant x de la hauteur, le parallélogramme modifié prend la forme ci-dessous :



le périmètre s'en trouve ainsi modifié pour devenir $2(b + x) + 2\sqrt{a^2 + (h - x)^2}$.

b) Oui. L'aire du parallélogramme initial est $b \times h$, tandis que l'aire du parallélogramme modifié est $(b + x)(h - x)$ qui, dans sa forme développée, donne $bh + hx - bx - x^2$.

Mise au point (*suite*)

Page 98

11. a) 1) Nombres carrés.
 2) Nombres pentagonaux.
 3) Nombres hexagonaux.
 4) Nombres triangulaires.

b) $n(2n - 1)$

12. a) $(4x - 2)(5x + 1)$ ou $20x^2 - 6x - 2$.

b) $10x^2 - 3x - 1$ ou $(2x - 1)(5x + 1)$.

c) $16x^2 - 10$

13. a) $ab + 5a + 2b + 10$ b) $(a + 2)(b + 5)$

14. Plusieurs réponses possibles. Exemple :

1. Développer l'expression algébrique : $(a + b)^2$.

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a(a + b) + b(a + b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

2. Simplifier l'expression

algébrique : $\frac{4a^3 + 8a^2b + 4ab^2}{4a}$.

$$\begin{aligned}\frac{4a^3 + 8a^2b + 4ab^2}{4a} &= \frac{4a^3}{4a} + \frac{8a^2b}{4a} + \frac{4ab^2}{4a} \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

3. Comparer les deux résultats.

Puisque $(a + b)^2$ et $\frac{4a^3 + 8a^2b + 4ab^2}{4a}$ donnentle même résultat, soit $a^2 + 2ab + b^2$, ces deux expressions sont forcément équivalentes.15. x peut être égal à 0, -2 ou 3.16. L'aire de la fenêtre est de $(6x + 75)^2$ ou de $36x^2 + 900x + 5625$.

17. A = 2 et B = 7.

18. Le périmètre du rectangle ABCD est de $22x + 48$.19. a) $295a^2 - 259a + 56$ b) $8a + 60$

20. Plusieurs réponses possibles. Exemples :

 $6a + 28$, $36a + 28$, $12a + 20$ ou $18a + 20$.

21. 1. Développer les parenthèses.

$$\begin{aligned}(x + 1)^2 - (x - 2)^2 &= (x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 4x + 4) \\ &= x^2 + 2x + 1 - x^2 + 4x - 4\end{aligned}$$

2. Simplifier l'expression.

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 1 - x^2 + 4x + 4 &= \\ 6x - 3 &= \end{aligned}$$

3. Effectuer la mise en évidence simple de 3.

$$6x - 3 = 3(2x - 1)$$

CQFD

22. 64 m^2 23. a) $6x^2 \text{ cm}^2$ b) 45 cm^2 c) $3(2x^2 - 15) \text{ cm}^2$ 24. $16x + 4 \text{ cm}$ 25. La distance est $\approx 9,27 \times 10^{17} \text{ m}$.

26. On doit réduire la largeur d'au moins 3 cm.

27. a) 1) $\frac{(a + b)(a + b)}{2}$ ou $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{2}$.

2) $\frac{ab}{2}$

3) $\frac{c^2}{2}$

4) $\frac{ab}{2}$

b) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{2} = \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2} + \frac{ab}{2}$

c) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{2} = \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2} + \frac{ab}{2}$ Équation obtenue en b).

$a^2 + 2ab + b^2 = ab + c^2 + ab$ En multipliant l'équation précédente par 2.

$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$ En simplifiant $ab + ab = 2ab$.

$a^2 + b^2 = c^2$ En soustrayant $2ab$ de chaque côté de l'équation.

CQFD

28. a) $5(2x + 1) \text{ cm}^2$

b) Le périmètre est environ de 33,35 cm.

29. Les dimensions de la piscine sont de 10 m sur 25 m.

Plusieurs réponses possibles. Exemple :

1. Traduire les différentes contraintes de la situation par des inéquations.

« La direction de l'école dispose d'au plus 9000 \$ pour organiser le transport des élèves... » et « ... les frais de location d'un petit autobus de 30 personnes sont de 350 \$ et ceux d'un gros autobus de 48 personnes sont de 500 \$. ». Cela signifie que la somme des dépenses effectuées pour la location des autobus ne peut pas dépasser 9000 \$. Ainsi, si x représente le nombre de petits autobus et y représente le nombre de gros autobus, $350x + 500y \leq 9000$.

« ... vous devez louer un minimum de 2 gros autobus... », si y représente le nombre de gros autobus, se traduit par $y \geq 2$.

« ... et au moins 2 fois plus de petits autobus que de gros. », si x représente le nombre de petits autobus et y représente le nombre de gros autobus, se traduit par $x \geq 2y$.

2. Dresser la liste des choix de location possibles étant donné les contraintes.

Nombre de petits autobus	Nombre de gros autobus	Coût de la location (\$)	Nombre d'élèves transportés	Coût par élève (\$)
4	2	2400	216	11,11
5	2	2750	246	11,18
6	2	3100	276	11,23
7	2	3450	306	11,27
8	2	3800	336	11,31
9	2	4150	366	11,34
10	2	4500	396	11,36
11	2	4850	426	11,38
12	2	5200	456	11,40
13	2	5550	486	11,42
14	2	5900	516	11,43
15	2	6250	546	11,45
16	2	6600	576	11,46
17	2	6950	606	11,47
18	2	7300	636	11,48
19	2	7650	666	11,49
20	2	8000	696	11,49
21	2	8350	726	11,50
22	2	8700	756	11,51
6	3	3600	324	11,11
7	3	3950	354	11,16
8	3	4300	384	11,20
9	3	4650	414	11,23
10	3	5000	444	11,26
11	3	5350	474	11,29
12	3	5700	504	11,31
13	3	6050	534	11,33
14	3	6400	564	11,35
15	3	6750	594	11,36
16	3	7100	624	11,38
17	3	7450	654	11,39
18	3	7800	684	11,40
19	3	8150	714	11,41
20	3	8500	744	11,42
21	3	8850	774	11,43
8	4	4800	432	11,11
9	4	5150	462	11,15
10	4	5500	492	11,18
11	4	5850	522	11,21
12	4	6200	552	11,23
13	4	6550	582	11,25
14	4	6900	612	11,27
15	4	7250	642	11,29
16	4	7600	672	11,31

Nombre de petits autobus	Nombre de gros autobus	Coût de la location (\$)	Nombre d'élèves transportés	Coût par élève (\$)
17	4	7950	702	11,32
18	4	8300	732	11,34
19	4	8650	762	11,35
20	4	9000	792	11,36
10	5	6000	540	11,11
11	5	6350	570	11,14
12	5	6700	600	11,17
13	5	7050	630	11,19
14	5	7400	660	11,21
15	5	7750	690	11,23
16	5	8100	720	11,25
17	5	8450	750	11,27
18	5	8800	780	11,28
12	6	7200	648	11,11
13	6	7550	678	11,14
14	6	7900	708	11,16
15	6	8250	738	11,18
16	6	8600	768	11,20
17	6	8950	798	11,22
14	7	8400	756	11,11
15	7	8750	786	11,13

3. Déterminer le nombre d'autobus de chaque type à louer.

En louant 4 petits autobus et 2 gros, on bénéficie du meilleur prix total possible, soit 2400 \$. Toutefois, on ne peut transporter que 216 élèves. En louant 17 petits autobus et 6 gros, on arrive à transporter 798 élèves pour un coût total de 8950 \$. Les choix de location suivants offrent tous le meilleur coût par élève, soit 11,11 \$: 4 petits autobus et 2 gros, pour un coût total de 2400 \$ pour transporter 216 élèves; 6 petits autobus et 3 gros, pour un coût total de 3600 \$ pour transporter 324 élèves, 8 petits autobus et 4 gros, pour un coût total de 4800 \$ pour transporter 432 élèves, 10 petits autobus et 5 gros, pour un coût total de 6000 \$ pour transporter 540 élèves, 12 petits autobus et 6 gros, pour un coût total de 7200 \$ pour transporter 648 élèves, puis 14 petits autobus et 7 gros, pour un coût total de 8400 \$ pour transporter 756 élèves.

Activité 2

Page 103

a. Oui. Puisque $c \geq 3000$, le nombre de calories peut être plus grand ou égal à 3000.

b. Non. Puisque $t > 600$, la température doit être supérieure, mais non égale à 600.

c. Le nombre 271,8 correspond à une valeur maximale.

d. La quantité maximale est tout juste en dessous de 45 mL.

e. 1) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 3000, 3480, 4260.

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 601, 800, 1200.

3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 35, 200, 150.

4) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 20, 30, 44.

f. La différence entre ces deux symboles est marquée par la ligne en dessous du signe d'inéquation qui indique, lorsqu'elle est présente, que la valeur est incluse dans l'ensemble. Ainsi, $>$ signifie « plus grand que », tandis que \geq signifie « plus grand ou égal à ».

g. A : « plus grand ou égal à », B : « plus grand que », C : « plus petit ou égal à », D : « plus petit que ».

b. 1) 0 2) 0 3) 0 4) 0

$2 \rightarrow x$	Attribution de la valeur 2 à la variable x.
$3(5x-10) \leq 90+18x$	Mise en inéquation.
$15x-30 \leq 90+18x$	Distributivité du 3 sur $(5x - 10)$.
$-3x \leq 120$	Soustraction de $18x$ des 2 membres de l'inéquation et addition de 30 aux 2 membres de l'inéquation.
$x \leq -40$	Division des 2 membres de l'inéquation par -3 , mais en oubliant de changer l'opérateur logique.
$x \geq -40$	Division des 2 membres de l'inéquation par -3 , mais cette fois-ci en changeant l'opérateur logique.

Activité 3

Page 104

a. 1) ① $<$ 2) Le sens de l'inégalité est conservé.
 ② $<$ Le sens de l'inégalité est conservé.
 ③ $<$ Le sens de l'inégalité est conservé.
 ④ $<$ Le sens de l'inégalité est conservé.
 ⑤ $>$ Le sens de l'inégalité n'est pas conservé.
 ⑥ $>$ Le sens de l'inégalité n'est pas conservé.

b. 1) Le membre de gauche demeure toujours inférieur au membre de droite. *Exemple :* $-4 + 3 < 6 + 3$; $-4 - 5 < 6 - 5$; $-4 + 100 < 6 + 100$
 2) Le membre de gauche demeure toujours inférieur au membre de droite. *Exemple :* $-4 \times 2 < 6 \times 2$; $-4 \div 2 < 6 \div 2$; $-4 \times 100 < 6 \times 100$
 3) Le membre de gauche devient supérieur au membre de droite. *Exemple :* $-4 \div -2 > 6 \div -2$; $-4 \times -1 > 6 \times -1$; $-4 \times -100 > 6 \times -100$

d.

$$\begin{aligned} 2 \rightarrow x \\ 4x - 3 - (x+1) &\geq 5x + 2 \\ 4x - 3 - x - 1 &\geq 5x + 2 \\ 3x - 4 &\geq 5x + 2 \\ -2x &\geq 6 \\ x &\leq -3 \end{aligned}$$

Attribution de la valeur 2 à la variable x.
Mise en inéquation.
Distributivité de -1 sur $(x + 1)$.
Simplification de $4x$ et $-x$, de -3 et -1 .
Soustraction de $5x$ des 2 membres de l'inéquation, addition de 4 aux 2 membres de l'inéquation.
Division des 2 membres de l'inéquation par -2 .

Activité 4

Page 105

a. 1) L'expression $430 - 250 - 2a$ représente la masse de la navette sans son réservoir externe ni ses fusées d'appoint.

2) L'expression $430 - 250 - 2a < 115$ correspond à l'énoncé : « La masse de la navette est inférieure à 115 tonnes. ».

b. 1) L'inéquation ③ est obtenue par la soustraction de 180 des deux membres de l'inéquation ②.

2) L'inéquation ④ est obtenue par la division des deux membres de l'inéquation ③ par -2 .

c. L'inéquation $a > 32,5$ signifie que la masse d'une fusée d'appoint est supérieure à 32,5 tonnes.

d. 1) Oui. 2) Non. 3) Non. 4) Non.

e. 1) Non. 2) Non. 3) Oui. 4) Oui.

Mise au point

Page 109

1. a) $x \geq 2$ b) $y \leq 7$
 c) $9 < y$ d) $x \leq 15$
 e) $x > y$ f) $x \geq y$
 g) $x < y$ h) $x \leq y$

2. a) $t \geq -140$ °C b) $p > 31,3$ kPa
 c) $m < 1$ mg d) $v \leq 107 218$ km/h

3. A ② B ④ C ① D ③

4. a) $f > 2$ b) $a \leq 8$ c) $t \leq 16$ d) $b < 20$
 e) $m \geq -4,2$ f) $c \geq -4$ g) $n > -\frac{13}{5}$ h) $x > 2$

5. a) $8c < 100$

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 12, 10, 8.

c) Non. Si la mesure d'un côté était égale à 12,5 cm, le périmètre de l'octogone serait égal (et non inférieur) à 100.

Mise au point (suite)

Page 110

6. a) La température du four est plus basse que 180 °C.
 b) Le volume du Soleil est au moins de $1,41 \times 10^{18}$ km³.
 c) La somme déboursée est supérieure à 450 \$.
 d) L'altitude de l'alpiniste oscille de 1900 à 3245 m.

TechnOmath

Page 106

a. 1) 98 2) 40 3) -18 4) -100

7. 1) a) Soit x et $x + 2$, deux nombres impairs consécutifs.
b) $2x + 2 \geq 112$

2) a) Soit x , la hauteur d'un rectangle, et $3x$, la mesure de sa base.
b) $8x > 300$

3) a) Soit x , le nombre de DVD vidéo de Pierre, et $58 - x$, le nombre de DVD vidéo de Catherine.
b) $x \leq 58 - x$

8. a) Le parallélogramme existe pour toute valeur de $x > 2,5$ cm.
b) Le périmètre du parallélogramme est inférieur ou égal à 78 cm pour toute valeur de x telle que $2,5 < x \geq 8,8$.
c) L'aire du parallélogramme est supérieure à 147 cm^2 pour toute valeur de $x > 7$ cm.

9. On peut ajouter un maximum de 14 boîtes.

10. Les distances minimales sont de 4 km la 1^{re} journée, 8 km la 2^e journée, 10 km la 3^e et 7 km la 4^e journée.

Mise au point (suite)

Page 111

11. a) La mesure minimale du rayon est plus grande que 12 cm.
b) La mesure maximale de la hauteur est de 30 cm.
c) L'aire maximale de la base est environ de 24 cm^2 ($\approx 24,036$).

12. L'âge de cette personne se situe dans l'intervalle $[15, 40]$ ans.

13. Il est plus économique de louer la rétrocaveuse A pour une période de moins de 30 h. Pour plus de 30 h, la location de la rétrocaveuse B est plus économique. Pour une durée de 30 h, le coût de location de l'une ou l'autre des deux rétrocaveuses est le même.

14. La plage d'inflammabilité commune à ces trois gaz est de 5 à 7,6 %.

15. a) Sa note devra se situer entre 69 et 89 %.
b) Sa note devra être de 70 à 83 %.

Mise au point (suite)

Page 112

16. L'aire du trapèze ABDE est au moins égale au triple de l'aire du triangle BCD pour toute valeur de d : $9,5 \leq d < 19$.

17. La plus grande valeur que peut prendre la superficie d'une bande non récoltée est $5(137,5)^2 = 94\,531,25 \text{ m}^2$.

18. a) La piscine B contiendra moins d'eau que la piscine A, plus de 235 min après le début de l'opération.
b) Le débit de la pompe de la piscine A doit être de 78,125 L/min pour que les deux piscines soient complètement vides au même moment.

Mise au point (suite)

Page 113

19. Pour toute valeur de x comprise dans \mathbb{N}^* .
20. Un côté du carré doit être plus grand ou égal à 16,8 cm.
21. On utilisera 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88 ou 92 carreaux.

VISION 6 Rubriques particulières

Chronique du passé

Page 115

1. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Plus on prolonge les suites situées au dividende et au diviseur du produit de Wallis, plus on s'approche de la valeur réelle de π .

Ainsi,

$$2 \times \frac{2}{1} = 4$$

$$2 \times \frac{2 \times 2}{1 \times 3} = 2,6$$

$$2 \times \frac{2 \times 2 \times 4}{1 \times 3 \times 3} = 3,5$$

$$2 \times \frac{2 \times 2 \times 4 \times 4}{1 \times 3 \times 3 \times 5} = 2,84$$

$$2 \times \frac{2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 6}{1 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = 3,41\bar{3}$$

etc.

Puisque les suites sont infinies, on peut conclure que le nombre de décimales sera, lui aussi, infini.

2. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

$\frac{a^m}{a^m} = 1$, puisque le quotient de deux nombres égaux différents de 0 est 1.

$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m}$, par la loi des exposants.

$a^{m-m} = a^0$, puisque $m - m = 0$,

$$a^0 = a^{m-m} = \frac{a^m}{a^m} = 1$$

$$a^0 = 1.$$

CQFD

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

$\frac{1}{a^m} = \frac{a^0}{a^m}$, puisque $a^0 = 1$,

$\frac{a^0}{a^m} = a^{0-m}$, par la loi des exposants.

$a^{0-m} = a^{-m}$, puisque $0 - m = -m$,

$$a^{-m} = a^{0-m} = \frac{a^0}{a^m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}.$$

CQFD

3. a) $\sqrt{125} = \sqrt{5^3} = 5^{\frac{3}{2}} = 5^{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}} =$

$$5 \times 5^{\frac{1}{2}} = 5\sqrt{5}$$

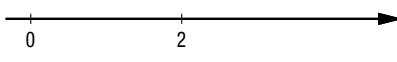
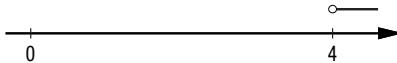
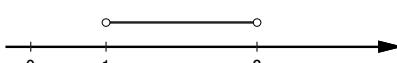
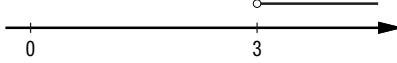
b) $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = 2^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}} =$

$$2 \times 2^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{2}$$

c) $\sqrt[5]{243} = \sqrt[5]{3^5} = 3^{\frac{5}{5}} = 3^1 = 3$

- 629 000 000 km ou $6,29 \times 10^8$ km.
- a) $\approx 8,51 \times 10^{23}$ mm
b) Environ 612 517 985,61 fois.
- a) $\approx 6,67 \times 10^{-15}$ UA
b) 382 500 000 000 règles de plastique.
- 299 792 458 m

- a) $\approx 5,02 \times 10^{17}$ s
b) 1×10^{25} μm
c) $7,5 \times 10^{35}$ atomes.
d) $\approx 7,23 \times 10^2$ jours.
- a) Mélina a 5 ans au plus et sa sœur n'a pas plus de 15 ans.
b) Plusieurs réponses possibles. Tout nombre pair supérieur à 46 est bon.
c) L'assistance au match doit être supérieure à 20 486 personnes.
d) Dans plus de 30 jours.
- a) $4x$ m
b) $6(3x - 4)^2$ ou $54x^2 - 144x + 96$ cm^2 .
c) Les dimensions possibles sont de 4 dm sur $(3x + 1)$ dm.
d) $25x^4$ m^2

- a) $x > 2$; 
- b) $x > 4$; 
- c) $\left] \frac{1}{3}, 3 \right[$ ou $\frac{1}{3} < x < 3$; 
- d) $x > 3$; 

- a) 1) Extrêmement inflammable.
2) Modérément inflammable.
3) Très inflammable.
4) Extrêmement inflammable.
5) Inflammable.
6) Très inflammable.
- b) 1) Inflammable. 2) Inflammable.
3) Inflammable. 4) Inflammable.
5) Combustible. 6) Inflammable.

- Pendant 46 jours.
- L'aire du nouveau terrain est au moins de $8x^2 \text{ m}^2$.
1. Simplifier $\frac{(\sqrt{16})^{-2} \times (8x^3)^{\frac{1}{3}}}{2^{-4}} + 1$.

$$\frac{(\sqrt{16})^{-2} \times (8x^3)^{\frac{1}{3}}}{2^{-4}} + 1$$

$$\frac{(\sqrt{2^4})^{-2} \times (2^3x^3)^{\frac{1}{3}}}{2^{-4}} + 1 \quad \text{Car } 16 = 2^4 \text{ et } 8 = 2^3.$$

$$\frac{((2^2)^{\frac{1}{2}})^{-2} \times (2^3x^3)^{\frac{1}{3}}}{2^{-4}} + 1 \quad \text{Car } \sqrt{2^4} = (2^4)^{\frac{1}{2}}.$$

$$\frac{(2^2)^{-2} \times 2x}{2^{-4}} + 1 \quad \text{Car } (2^4)^{\frac{1}{2}} = 2^2 \text{ et } (2^3x^3)^{\frac{1}{3}} = 2x.$$

$$\frac{2^{-4} \times 2x}{2^{-4}} + 1 \quad \text{Car } (2^2)^{-2} = 2^{-4}.$$

$$\frac{2^3x}{2^{-4}} + 1 \quad \text{Car } 2^{-4} \times 2 = 2^{-3}.$$

$$2x + 1 \quad \text{Car } \frac{2^3}{2^{-4}} = 2^{-3} - 4 = 2.$$

$$\frac{(\sqrt{16})^{-2} \times (8x^3)^{\frac{1}{3}}}{2^{-4}} + 1 = 2x + 1$$
2. Simplifier $\frac{2x^2 + x}{x}$.

$$\frac{2x^2 + x}{x}$$

$$\frac{2x^2}{x} + \frac{x}{x} \quad \text{Car } \frac{2x^2 + x}{x} = \frac{2x^2}{x} + \frac{x}{x}.$$

$$2x + 1 \quad \text{Car } \frac{2x^2}{x} = 2x \text{ et } \frac{x}{x} = 1.$$

$$\frac{2x^2 + x}{x} = 2x + 1$$
3. Comparer $\frac{(\sqrt{16})^{-2} \times (8x^3)^{\frac{1}{3}}}{2^{-4}} + 1$ et $\frac{2x^2 + x}{x}$.
Puisque $\frac{(\sqrt{16})^{-2} \times (8x^3)^{\frac{1}{3}}}{2^{-4}} + 1 = 2x + 1$ et $\frac{2x^2 + x}{x} = 2x + 1$, on peut dire que

$$\frac{(\sqrt{16})^{-2} \times (8x^3)^{\frac{1}{3}}}{2^{-4}} + 1 = \frac{2x^2 + x}{x}$$
.
CQFD
- L'aire maximale du parc est de 346 m^2 .
- La longueur minimale de la portion québécoise du sentier sera légèrement supérieure à 3000 km.

- a) $\approx 3,46 \times 10^{14}$ cm
b) $\approx 1 \text{ h } 40 \text{ min}$
- $(2x + 5)(2x + 8)$
- 85 cm et 178 cm.
- La masse possible d'une bille de plomb est comprise dans l'intervalle $]0, 1,5[\text{ kg}$.
- $18 - 11a - 16,5b + 6ab$

Vue d'ensemble (suite)**Page 122**

16. a) $x = 131,25$ m b) $x > 131,25$

17. 1. Élever au carré la mesure de chacun des côtés et développer chaque expression.

 ① $(a^2 - b^2)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$
 ② $(a^2 + b^2)^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$
 ③ $(2ab)^2 = 4a^2b^2$

2. Vérifier si, dans un cas, le théorème de Pythagore s'applique, c'est-à-dire si la somme des carrés de deux mesures donne le carré de la troisième mesure.

A. Vérifier si ① + ② = ③.

$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 + a^4 + 2a^2b^2 + b^4 \underline{\quad ? \quad} 4a^2b^2$
 $2a^4 + 2b^4 \neq 4a^2b^2$

B. Vérifier si ② + ③ = ①.

$a^4 + 2a^2b^2 + b^4 + 4a^2b^2 \underline{\quad ? \quad} a^4 - 2a^2b^2 + b^4$
 $a^4 + 6a^2b^2 + b^4 \neq a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

C. Vérifier si ① + ③ = ②.

$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 + 4a^2b^2 \underline{\quad ? \quad} a^4 - 2a^2b^2 + b^4$
 $a^4 + 2a^2b^2 + b^4 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

Le théorème de Pythagore s'applique à ce triangle.
Par conséquent, c'est un triangle rectangle, CQFD.

18. Environ 674 ans.

19. La scène serait trop longue pour un terrain rectangulaire mesurant 53 m sur 23 m.

Vue d'ensemble (suite)**Page 123**

20. 10^{15} fois.

21. a) 1) Inconnues : x , le nombre de garçons et $x + 8$, le nombre de filles.
2) 10 garçons.

b) 1) Inconnues : x , le nombre de billes bleues, $x + 3$, le nombre de billes jaunes, et $2x + 6$, le nombre de billes vertes.
2) 14 billes vertes.

c) 1) Inconnues : $2x + 20$, la longueur du terrain, et x , la largeur du terrain.
2) Le coût d'achat est au plus de 67 200 \$.

d) 1) Inconnues : $2x$, la mesure d'un côté de la base de la pyramide et x , la mesure de l'apothème de la pyramide.
2) 204 m

22. $18x + 130$ m

Banque de problèmes**Page 124**

23. L'entreprise devra débourser de 7146 \$ à 8316 \$ pour clôturer 3 enclos du modèle **A**, 5 enclos du modèle **B** et 8 enclos du modèle **C**.

24. Puisque le diamètre de l'Univers observable est $6,6227 \times 10^{12}$ fois plus grand que celui du système solaire, le diamètre de l'Univers observable serait de $6,6227 \times 10^{15}$ mm ou $6,6227 \times 10^{12}$ m.

Banque de problèmes (suite)**Page 125**

25. Le rectangle peut mesurer :
4 cm sur 3 cm, si $n = 2$;
7 cm sur 4 cm, si $n = 3$;
10 cm sur 5 cm, si $n = 4$;
13 cm sur 6 cm, si $n = 5$;
16 cm sur 7 cm, si $n = 6$.

26. La longueur totale des arêtes de cette boîte n'excède pas 147 dm.

27. Cet atome d'uranium est âgé de $2,25 \times 10^9$ ans.